

## Hambatan Kognitif Mahasiswa Dalam Proses Pembuktian Berdasarkan *Toulmin's Argumentation Pattern*

Dewi Nur Aini<sup>1</sup>, Imam Rofiki<sup>2\*</sup>

<sup>1,2</sup>Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, Malang Indonesia  
e-mail: <sup>1</sup>dewinuraini2798@gmail.com, <sup>2</sup>imam.rofiki@uin-malang.ac.id

\*Penulis Korespondensi

Diserahkan: 31-01-2021; Direvisi: 10-02-2021; Diterima: 30-02-2021

**Abstrak:** Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi hambatan kognitif mahasiswa dalam menyusun pembuktian matematis berdasarkan Toulmin's Argumentation Pattern (TAP). Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif. Subjek penelitian adalah 15 mahasiswa pendidikan matematika di Malang. Instrumen penelitian meliputi peneliti sebagai instrumen utama, soal tes pembuktian dan pedoman wawancara. Data yang diperoleh kemudian dianalisis dengan menggunakan TAP untuk mengetahui hambatan kognitif mahasiswa. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa mahasiswa masih banyak yang mengalami hambatan kognitif dalam proses pembuktian matematis seperti kurangnya pemahaman materi prasyarat, ketidakmampuan untuk mengomunikasikan pembuktian secara matematis, kurang tepat dalam membuat *claim*, kurang bisa memberikan *rebuttal*, kurang bisa memberikan *warrant* deduktif, dan belum dapat membedakan data yang diketahui dan yang akan dibuktikan.

**Kata Kunci:** Hambatan Kognitif, Pembuktian Matematis dan Toulmin's Argumentation Pattern.

**Abstract:** This research intended to identify university students' cognitive obstacles to mathematical proof based on Toulmin's Argumentation Pattern (TAP). The research used qualitative approach with descriptive type. The subjects in this research were 15 university students of mathematics education at Malang. Research instruments include researcher as the main instrument, proof test questions, and interview guides. The data obtained were then analyzed using TAP to determine students' cognitive barriers. The result of this research indicate that many students still experience cognitive barriers in the process of mathematical proof such as lack of understanding of prerequisites, inability to communicate mathematically, inaccurate in making claims, less able to provide rebuttal, less able to give warrant deductive, and have not been able to distinguish which is known which will be proven.

**Keywords:** Cognitive Barriers, Mathematical Proof and Toulmin's Argumentation Pattern.

**Kutipan:** Aini, D. N., & Rofiki, I. (2020). Judul Hambatan Kognitif Mahasiswa Dalam Proses Pembuktian Berdasarkan Toulmin's Argumentation Pattern (TAP). *JP2M (Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika)*, 7(1), 24-32. <https://doi.org/10.29100/jp2m.v7i1.1869>



### Pendahuluan

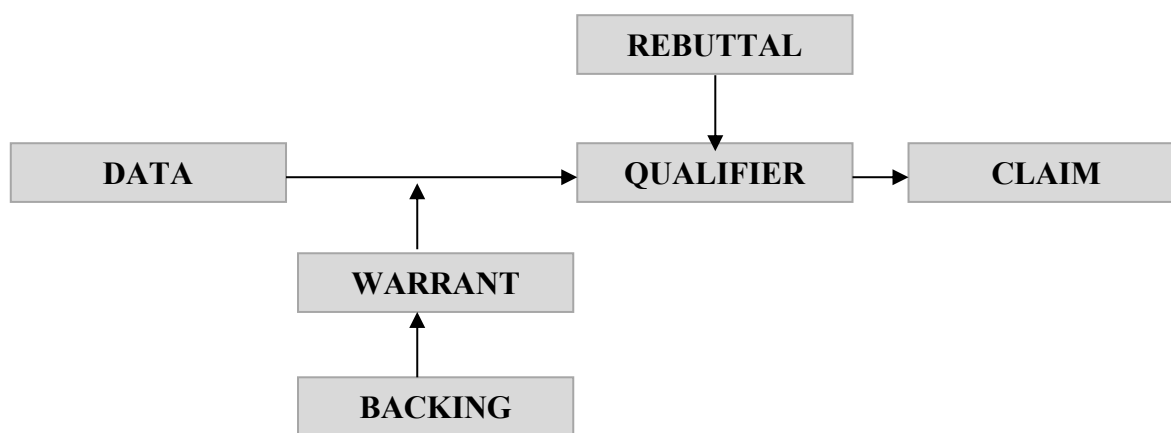
Bukti adalah suatu penjelasan mengapa suatu pernyataan dianggap benar (Houston, 2009). Bukti memiliki peran sangat penting dalam matematika khususnya pendidikan matematika (Abdussakir, 2015). Selain itu, pembuktian merupakan kegiatan yang tidak dapat dilepaskan dari kegiatan pembelajaran perkuliahan matematika (Suwanti, 2016). Hal ini karena matematika adalah ilmu yang bersifat deduktif yang mana rumus serta algoritma pemecahan masalah didapatkan dari definisi, aksioma dan teorema-teorema sebelumnya yang dapat digunakan jika sudah dibuktikan terlebih dahulu

This is an open access article under the [CC-BY](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) license.

(Hodiyanto & Susiaty, 2018). Bahkan banyak peneliti yang mengatakan bahwa bukti dan pembuktian adalah jantung dari matematika yang membedakan dari ilmu lainnya (Hanna, 2000; Herbst & Brach, 2006).

Argumentasi adalah komponen penting dalam literasi ilmiah. Jika seseorang dapat berargumentasi, maka ia dianggap dapat menguasai suatu konsep (Handayani, 2015). Setiap langkah dalam proses pembuktian memiliki argumentasi tersendiri sebagai penjelas dari penyusunan bukti. Argumentasi berfungsi untuk memperkuat ataupun menolak pernyataan dengan bukti (Rofiki, 2015). Salah satu teori atau pendekatan yang menjelaskan struktur argumentasi adalah teori yang dikemukakan oleh Stephen Toulmin yang disebut *Toulmin's Argumentation Pattern* (TAP). Dalam TAP ini sebuah argumentasi dibentuk dari 6 komponen berbeda dan berkaitan satu sama lain yaitu *data*, *qualifier*, *rebuttal*, *claim*, *warrant*, dan *backing* (Toulmin, 2003).

*Data* adalah modal yang dimiliki untuk dibuktikan (*claim*), kemudian *warrant* adalah dasar kebenaran berupa definisi, teorema atau analogi yang menghubungkan data dengan kesimpulan. Menurut (Inglis, Mejia-Ramos, & Simpson, 2007) terdapat tiga jenis *warrant* yaitu *warrant* induktif yang didasarkan pada konsep matematika yang konkrit dapat berupa visual dan contoh-contoh, *warrant* deduktif yaitu penggunaan aksioma, sifat, aturan serta teorema, dan *warrant* struktural intuitif yaitu berupa hasil pengamatan, percobaan dan struktur mental. *Backing* adalah dasar kebenaran yang lebih mendalam untuk mendukung *warrant* biasanya disebut sebagai bukti pendukung. *Qualifier* adalah kualifikasi dari kesimpulan. *Claim* adalah kesimpulan bahwa data tersebut terbukti benar sedangkan *Rebuttal* adalah berupa penolakan, penyangkal atau pengecualian dari sebuah kesimpulan (Umah, 2018). Berikut adalah skema *Toulmin's Argumentation Pattern* (TAP).



Gambar 1 Skema TAP

Ada dua faktor yang menjadi hambatan dalam belajar yaitu faktor internal dan faktor eksternal. Faktor eksternal adalah hambatan yang berasal dari luar diri seseorang contohnya seperti lingkungan sedangkan faktor internal adalah hambatan yang berasal dari dalam diri seseorang (Wahyuni, 2017), salah satunya adalah hambatan kognitif. Hambatan kognitif adalah hambatan yang terjadi saat proses belajar yang mana mahasiswa tidak mampu mengatasi dan beradaptasi dengan informasi atau soal yang mengandung ide baru dengan kognitif yang telah dimiliki sebelumnya (Tall, 1991). Beberapa hambatan kognitif dalam menyusun bukti adalah kelemahan dalam merancang alur serta membuat hubungan dan penyeledikan matematis, kurangnya pemahaman materi prasyarat dan bergantung pada intuisi (Nursit, 2017).

Penelitian-penelitian terdahulu menunjukkan bahwa mahasiswa banyak mengalami kesulitan dan kesalahan dalam menyusun suatu bukti (Demir, Öztürk, & Güven, 2018; Güler, 2016; Ozdemir & Ovez, 2012; Selden & Selden, 2003; Stylianides, Stylianides, & Philippou, 2007). Salah satu awal kesalahan

mahasiswa dalam menyusun sebuah bukti adalah ketidakmampuan memahami bagian yang akan dibuktikan, metode pembuktian yang akan digunakan serta ketidakmampuan memahami notasi dalam matematika yang mana semua itu merupakan bagian dari hambatan kognitif. Penelitian sebelumnya yang mengatakan bahwa masih banyak mahasiswa belum mampu menyusun bukti dengan benar karena mengalami hambatan kognitif dalam pembuktian (Amintoko, Saraswati, & Rahmawati, 2017; Antonijevic, 2016; Batanero, Godino, Vallecillos, Green, & Holmes, 1994; Maharani, Setiyani, & Ferdianto, 2017). Penelitian tersebut tidak secara khusus meninjau hambatan kognitif dalam pembuktian matematis dengan kerangka TAP.

Tujuan dari penelitian ini adalah mendeskripsikan hambatan kognitif mahasiswa dalam proses pembuktian matematis berdasarkan kerangka argumentasi TAP. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan pertimbangan dalam mengatasi hambatan kognitif mahasiswa dalam menyusun suatu pembuktian matematis. Selain itu, hasil penelitian ini dapat dijadikan referensi bagi para peneliti lain yang ingin menyelidiki topik hambatan kognitif dalam pembuktian matematika berdasarkan kerangka argumentasi TAP.

### Metode

Penelitian deskriptif ini menggunakan pendekatan kualitatif. Subjek penelitian ini adalah 15 mahasiswa pendidikan matematika di Malang. Instrumen penelitian ini meliputi peneliti sebagai instrumen utama serta instrumen pendukung berupa soal tes pembuktian dan pedoman wawancara. Proses pengumpulan data dilakukan dengan pengujian dengan memberikan soal pembuktian kepada mahasiswa. Setelah mengumpulkan data, peneliti mereduksi dan menganalisis data yang diperoleh. Kemudian peneliti melakukan wawancara dengan subjek untuk mengetahui argumentasi mengenai jawabannya dan mencari data yang lebih mendalam. Dalam tahap analisis peneliti menggunakan kerangka TAP untuk mengetahui terjadinya hambatan kognitif. Subjek yang dipilih untuk proses wawancara adalah mahasiswa yang memberikan pembuktian yang kurang lengkap dan salah dengan berdasarkan kemampuan komunikasi agar mendapatkan data yang lebih mendalam. Sedangkan untuk menjamin keabsahan data pada penelitian ini menggunakan pengecekan anggota, diskusi dengan ahli yang pernah meneliti proses pembuktian atau menerapkan kerangka Toulmin, dan ketekunan pengamatan (Creswell, 2012). Berikut instrumen soal pembuktian untuk penelitian ini.

Selidiki atau buktikan pernyataan berikut:

1.  $n^3 - n^2$  adalah bilangan genap,  $\forall n \in Z$ .
2. jika  $p^2$  adalah bilangan kelipatan 4, maka  $p$  bilangan kelipatan 4.

**Gambar 2**

Soal Tes Pembuktian

Instrumen

### Hasil dan Pembahasan

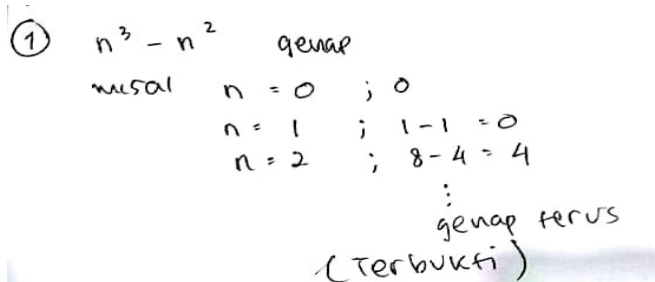
Pemberian soal tes pembuktian terdiri dari dua soal yang mana mahasiswa diminta untuk mengevaluasi dan membuktikan dengan metode pembuktian bebas. Pada soal pertama mahasiswa diminta untuk membuktikan pernyataan tersebut terbukti benar sedangkan pernyataan kedua disediakan pernyataan yang salah. Hal tersebut diharapkan untuk mengetahui bagaimana cara mahasiswa dalam menyangkal sehingga mengatakan bahwa pernyataan tersebut tidak berlaku atau tidak terbukti. Berdasarkan karakteristik jawaban dari data yang didapatkan, peneliti mengelompokkan subjek untuk soal pertama mahasiswa yang menjawab salah atau kurang dibagi menjadi tiga kelompok sedangkan untuk soal nomor dua dibagi menjadi dua kelompok. Pada tahap wawancara peneliti memilih subjek

yang memiliki jawaban unik, percaya diri serta berdasarkan kemampuan komunikasinya sebagai data yang lebih mendalam. Berikut adalah penyajian data untuk setiap kelompok.

**Hasil dan Pembahasan Soal Nomor Satu**

1. Subjek YQ kelompok 1.

Dalam kelompok ini terdapat 5 mahasiswa yang membuktikan dengan karakteristik seperti gambar dibawah dengan pemilihan  $n$  yang berbeda.



**Gambar 3** Jawaban Nomor 1 YQ

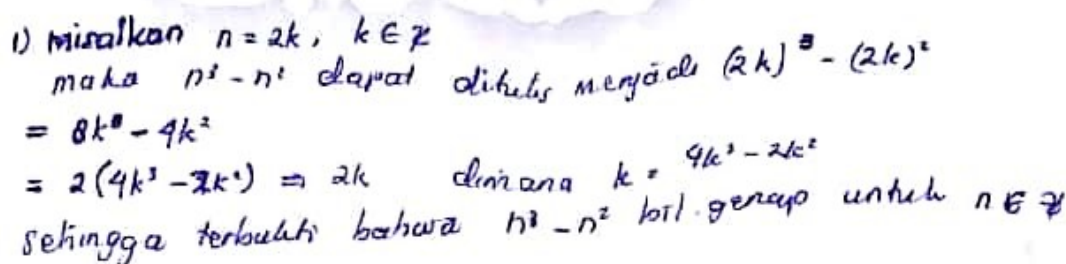
**Tabel 1** Kerangka TAP YQ soal No. 1

Kerangka TAP	Deskripsi
Data	: $n \in Z$ dan $0,1,2 \in Z$
Warrent	: untuk $n = 0$ didapatkan $n^3 - n^2 = 0$ genap untuk $n = 1$ didapatkan $n^3 - n^2 = 0$ genap untuk $n = 2$ didapatkan $n^3 - n^2 = 4$ genap
Backing	: berupa tanda titik tiga yang bermakna jika $n$ diganti dengan bilangan bulat lain akan menghasilkan bilangan genap pula.
Qualifier	: terbukti
Claim	: -

Dari Gambar 3, wawancara dan argumentasi TAP didapatkan bahwa YQ telah mengetahui bahwa pernyataan tersebut benar namun dalam proses membuktikan YQ menggunakan cara atau argumentasi induktif dengan mengambil nilai  $n$  tiga angka yaitu 0, 1 dan 2 sebagai data yang sebetulnya tidak mempresentasikan  $n \in Z$  secara keseluruhan. Hambatan kognitif dari YG adalah belum bisa membuktikan secara deduktif. YQ mengambil sebarang nilai  $n$  sehingga membuat pembuktian ini tidak deduktif. Di akhir pengerjaan YQ tidak memberika kesimpulan yang jelas manakah yang terbukti.

2. Subjek LR dari kelompok 2

Kelompok ini terdiri dari 7 mahasiswa yang memiliki karakteristik jawaban yang sama yaitu hanya membuktikan untuk  $n = 2k$  atau  $n = 2k + 1$  saja.



**Gambar 4** Jawaban Nomor 1 LR

Berikut transkripsi wawancara dengan subjek LR :

- Peneliti : Kalau boleh tahu, kenapa LR membuktikan pernyataan ini dengan memisalkan  $n = 2k$  ?  
 LR : karena yang mau dibuktikan bilangan genap maka harus menggunakan  $n = 2k$

**Tabel 2** Kerangka TAP LR soal No. 1

Kerangka TAP	Deskripsi
Data	: $n = 2k$
Warrent	: $n^3 - n^2 = (2k)^3 - (2k)^2 = 8k^3 - 4k^2 = 2(4k^3 - 2k^2)$
Backing	: $2(4k^3 - 2k^2) \rightarrow 2k$ dengan $k = 4k^3 - 2k^2$
Qualifier	: sehingga terbukti
Claim	: $n^3 - n^2$ bilangan genap untuk $n \in Z$

Berdasarkan Gambar 4 dan hasil transkripsi wawancara, LR telah membuktikan soal nomor pertama namun masih belum mencakupi untuk membuktikan pernyataan tersebut berlaku secara keseluruhan untuk  $n \in Z$ . LR hanya membuktikan untuk  $n = 2k, k \in Z$  namun belum membuktikan untuk  $n = 2k + 1, k \in Z$  yang merupakan bagian dari  $n \in Z$ . Oleh karena itu, pembuktian ini masih kurang dan belum bisa dikatakan terbukti. Sedangkan berdasarkan analisis dari kerangka argumentasi TAP, LR mengalami hambatan dengan ketidakpahaman data yang dimiliki yang seharusnya  $n \in Z$ .

3. Subjek ZS dari kelompok 3.

Dalam kelompok ini terdapat satu mahasiswa yang menggunakan metode pembuktian yang berbeda.

1. Misal  $y = n^3 - n^2$ , paskudikan bahwa  
 $y' = 6n - 2$   
 $= 2(3n - 1)$   
 Dengan demikian, berapa pun nilai  $n, n \in Z$ , akan diperoleh  $n^3 - n^2$  merupakan bilangan genap.

**Gambar 5** Jawaban No. 1 ZS

Berikut transkrip wawancara dengan subjek ZS :

- Peneliti : metode pembuktian yang ZS tahu ada saja?  
 ZS : Langsung, tidak langsung, deduktif, induktif dan kontradiksi.  
 Peneliti : Menurut kamu cara yang digunakan ZS dalam membuktikan soal nomor satu masuk metode mana?  
 ZS : Apa ya kak soalnya ZS mengarang. Waktu lihat soalnya aku otak-atik ternyata bisa membentuk kalau saya turinin ini menjadi bilangan genap.  
 Peneliti : Apa yang membuat ZS bingung dalam soal pembuktian?  
 ZS : saya bingung mulai dari mana dan menggunakan metode apa  
 Peneliti : Dulu, waktu mata kuliah logika himpunan, khususnya pada materi pembuktian sudah paham belum?  
 ZS : Belum kak.

**Tabel 3** Kerangka TAP ZS soal No. 1

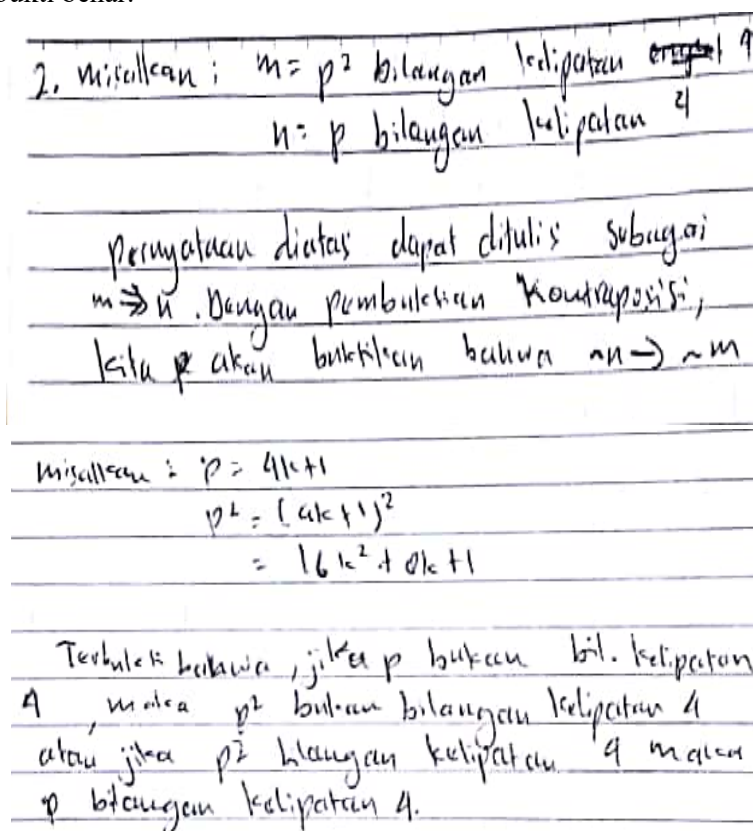
Kerangka TAP	Deskripsi
Data	: pembuktian dapat menggunakan metode turunan dan $y = n^3 - n^2$
Warrent	: $y'' = 6n - 2$ merupakan turunan ke dua dari $y$ .
Backing	: $y'' = 6n - 2 = 2(3n - 1)$ merupakan bentuk bilangan bulat.
Qualifier	: -
Claim	: terbukti bahwa berapapun nilai $n$ , $n^3 - n^2$ merupakan bilangan genap.

Berdasarkan Gambar 5, ZS mencoba membuktikan dengan cara turunan yang sebenarnya tidak ada dalam metode pembuktian. Sedangkan dari transkripsi wawancara dan argumentasi TPA diperoleh bahwa ZS bingung untuk memulai pembuktian dari mana dan belum dapat membedakan mana yang diketahui mana yang akan dibuktikan. Selain itu ketidaktahuan akan menggunakan metode pembuktian. Oleh karena itu, hambatan kognitif yang terjadi pada ZS adalah kurang pemahaman materi prasyarat dan ketidakmampuan memahami bagian yang akan dibuktikan.

### Hasil dan Pembahasan Soal Nomor Dua

#### 1. Subjek P dari Kelompok 1

Kelompok satu terdapat mahasiswa sebanyak 9 yang menyatakan bahwa pernyataan nomor dua adalah terbukti benar.



Gambar 6 Jawaban No. 1 ZS

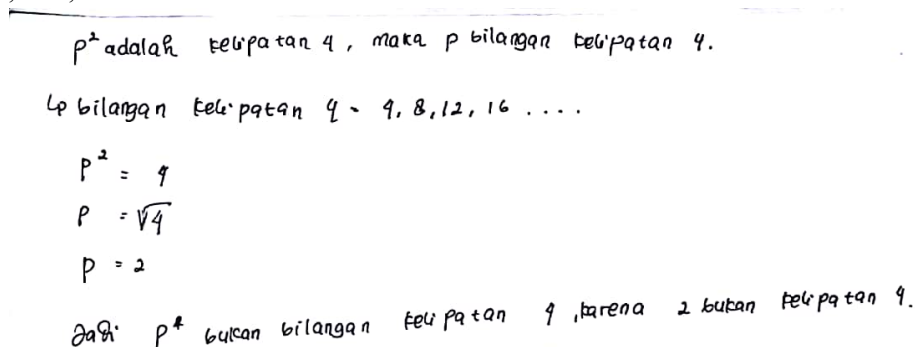
Berikut adalah transkripsi wawancara dengan subjek P

- Peneliti : Menurut kamu apakah  $p = 4k + 1$  sudah mencakupi sebagai  $p$  bukan kelipatan 4.
- P : Belum kak, negasi dari  $p$  bilangan 4 ada tiga.  $4k + 1, 4k + 2$  dan  $4k + 3$ .
- Peneliti : Berarti saat kamu mengerjakan, P sudah tahu kalau pembuktian ini masih belum lengkap. Kenapa kamu tidak membuktikan untuk kasus  $p$  lainnya.
- P : Waktu mengerjakan saya bimbang. Soalnya ingat bahwa kontraposisi dari  $4k$  ada tiga. Saya bimbang antara harus dibuktikan semua atau tidak. Karena sudah lupa-lupa ingat kak, ini matakuliah semester satu dulu.

Dalam proses pembuktian, P menggunakan metode kontrapositif. Dalam hal ini menunjukkan bahwa P memiliki pengetahuan akan metode-metode pembuktian. Namun dalam penyusunan pembuktiannya masih belum lengkap. Seharusnya  $p$  yang bukan kelipatan 4 bukan hanya  $4k + 1$  melainkan  $4k + 2$  dan  $4k + 3$  dengan  $k \in Z$ . Dalam hal ini pernyataan akan gagal ketika  $p = 4k + 2$  karena membentuk kelipatan 4. Padahal P menyadari saat mengerjakan bahwa negasi dari  $p$  kelipatan 4 ada tiga. Namun karena bimbang dan lupa dengan materi prasyarat P hanya membuktikan untuk  $4k + 1$ .

2. Subjek R dari kelompok 2

Kelompok ini telah menolak pernyataan dua dengan nama inisial 6 mahasiswa, yaitu YQ, R, CH, LR, LW, dan RZ



Gambar 7 Jawaban Subjek R untuk Soal Nomor 2

Tabel 3 Kerangka TAP ZS soal No. 1

Kerangka TAP	Deskripsi
Data	: $q$ merupakan bilangan kelipatan 4, $q = 4, 8, 12, \dots$
Warrent	: $p^2 = p$
Backing	: $p^2 = 4$ sehingga $p = 2$
Rebuttal	: 2 bukan kelipatan 4
Claim	: jadi $p^2$ bukan kelipatan

Dari argumentasi TPA didapatkan bahwa R menggunakan  $p^2 = 4$  sebagai penyangkal pernyataan tersebut. Namun dalam Claim R kurang tepat dalam memberikan kesimpulan.

Kesimpulan

Penelitian ini menemukan beberapa hambatan kognitif yang mempengaruhi mahasiswa dalam proses pembuktian. Banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam proses pembuktian atau menyusun bukti karena proses kognitif mahasiswa. Hambatan kognitif yang terjadi seperti kurang paham dengan materi prasyarat tentang metode pembuktian, kelemahan dalam menyusun kalimat matematis, dan kelemahan dalam memahami soal. Dalam pembuktian banyak mahasiswa yang

membuktikan secara induktif dan menggunakan pernyataan yang seharusnya dibuktikan. Selain itu, mahasiswa kurang tepat dalam membuat *claim*, kurang bisa memberikan *rebuttal*, dan kurang bisa memberikan *warrant* deduktif. Penelitian selanjutnya perlu dilakukan investigasi bentuk *scaffolding* yang dapat mengatasi berbagai hambatan kognitif mahasiswa dalam proses pembuktian matematis. Selain itu, sangat krusial untuk merancang strategi pembelajaran yang dapat meningkatkan keterampilan pembuktian matematis secara ketat (deduktif formal).

#### Daftar Pustaka

- Abdussakir, A. (2015). Students thinking process in compiling mathematical proof with semantics strategy. *Jurnal Pendidikan Sains*, 2(3), 132–140.
- Amintoko, G., Saraswati, S., & Rahmawati, N. D. (2017). Hambatan berpikir mahasiswa prodi pendidikan matematika dalam memecahkan masalah limit barisan serta pemberian scaffolding untuk mengatasinya. *JMPM: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 2(2), 134–144.
- Antonijevic, R. (2016). Cognitive activities in solving mathematical tasks: The role of a cognitive obstacle. *EURASIA Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(9), 2503–2515.
- Batanero, C., Godino, J., Vallecillos, A., Green, D., & Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25, 527–547.
- Creswell, J. W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research*. Pearson Education, Inc.
- Demir, E., Öztürk, T., & Güven, B. (2018). Examining pre-service mathematics teachers' reasoning errors, deficiencies and gaps in the proof process. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 6(2), 44–61.
- Güler, G. (2016). The difficulties experienced in teaching proof to prospective mathematics teachers: Academician Views. *Higher Education Studies*, 6(1), 145–158.
- Handayani, P. (2015). Analisis argumentasi peserta didik Kelas X Sma Muhammadiyah 1 Palembang dengan menggunakan Model Argumentasi Toulmin. *Jurnal Inovasi dan Pembelajaran Fisika*, 2(1), 60–68.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5–23.
- Herbst, P., & Brach, C. (2006). Proving and doing proofs in high school geometry classes: What is it that is going on for students? *Cognition and Instruction*, 24(1), 73–122.
- Hodiyanto, H., & Susiaty, U. D. (2018). Peningkatan kemampuan pembuktian matematis melalui model pembelajaran problem posing. *MaPan : Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, 6(1), 128–137.
- Houston, K. (2009). *How to think like a mathematician: A companion to undergraduate mathematics*. Cambridge University Press.
- Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: The importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 3–21.
- Maharani, A., Setiyani, S., & Ferdianto, F. (2017). Analisis Hambatan belajar (learning obstacle) pada mata kuliah Kalkulus III. *Prosiding FKIP Unswagati* (pp.474-484).
- Nursit, I. (2017). Hambatan Kognitif mahasiswa dalam mengonstruksi bukti pada materi Geometri Euclid. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika "Mengembangkan Kompetensi Strategis dan Berpikir Matematis di Abad 21"*, 392–405.
- Ozdemir, E., & Ovez, F. T. D. (2012). A Research on proof perceptions and attitudes towards proof and proving: Some implications for elementary mathematics prospective teachers. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46, 2121–2125.
- Rofiki, I. (2015). Penalaran imitatif siswa dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola. *penalaran imitatif siswa dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola* (pp. 511–520). Malang: Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang.



- Selden, A., & Selden, J. (2003). Validations of proofs considered as texts: Can Undergraduates tell whether an argument proves a theorem? *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 4–36.
- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Philippou, G. N. (2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(3), 145–166.
- Suwanti, V. (2016). Penggunaan Peta konsep untuk meningkatkan kemampuan logika pembuktian mahasiswa. *Jurnal Inspirasi Pendidikan*, 6(2), 876–882.
- Tall, D. (Ed.). (1991). *Advanced Mathematical Thinking*.
- Toulmin, S. E. (2003). *The uses of argument*. UK: Cambridge University Press.
- Umah, U. (2018). Hambatan mahasiswa dalam membangun bukti matematis berdasarkan Kerangka Toulmin. *Edu Math Journal Prodi Pendidikan Matematika*, 6(2), 42–52.
- Wahyuni, A. (2017). Analisis hambatan belajar mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus Dasar. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, 1(1), 10–23.